

**Volume d'une pyramide***Fiche descriptive*

<b>Niveau d'enseignement :</b>	Première S ou début de terminale S.
<b>Type d'activité :</b>	Développement des compétences TICE Problème ouvert
<b>Durée :</b>	Une heure
<b>Outils :</b>	GEOSPACE, CABRI 3D
<b>Compétences TICE :</b>	Isoler un plan et changer de vue. Créer des points libres ou repérés. Créer des points intersection de droites et de plans. Utiliser le pilotage. Créer des calculs numériques Créer des affichages.
<b>Compétences mathématiques :</b>	Donner les coordonnées de points de l'espace. Reconnaître un point comme intersection d'une droite et d'un plan. Emettre des conjectures. Calculer des longueurs en mettant en œuvre le théorème de Thalès ou des homothéties. Connaître le volume d'une pyramide. Dériver une fonction rationnelle et étudier ses variations.
<b>Place dans la progression, moment de l'étude :</b>	Après les notions de repérage dans l'espace. Etude du sens de variation d'une fonction à l'aide de la fonction dérivée.

**Volume d'une pyramide***Fiche professeur*

- **Outils technologiques**

GEOSPACE : au moment de cette activité les élèves ont déjà travaillé avec ce logiciel.

CABRI 3 D : au moment de cette activité les élèves ne maîtrisent pas parfaitement ce logiciel.

- **Mise en œuvre**

Il paraît difficile de résoudre intégralement le problème en une heure. Après avoir fait une synthèse du travail fait en TP, cette résolution peut être proposée en devoir en temps libre, sous forme de problème ouvert ou avec un énoncé un peu plus guidé comme le suivant :

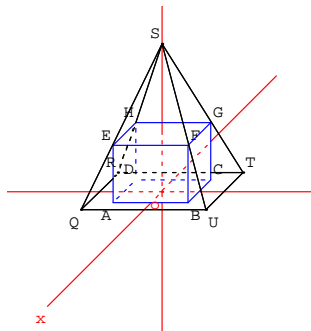
**DL « Volume d'une pyramide » (suite du TD)**

*On désigne par  $z$  la hauteur de la pyramide.*

1. *Dans quel intervalle varie le réel  $z$  ?*
2. *Déterminer l'expression de l'aire du carré QUTR en fonction de  $z$ .*
3. *En déduire le volume de la pyramide en fonction de  $z$ .  
A l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice vérifier qu'il y a cohérence avec les valeurs expérimentales obtenues à l'aide du logiciel.*
4. *Résoudre le problème posé.*

## Volume d'une pyramide

Fiche élève



Un fabricant veut commercialiser un produit dont la forme est un parallélépipède rectangle ABCDEFGH à base carrée, dans un emballage (transparent) qui a la forme d'une pyramide SQUATR régulière à base carrée (voir la représentation ci-contre).

Les carrés ABCD et QUTR ont le même centre O et leurs côtés respectifs sont deux à deux parallèles.

Les points E, F, G et H sont respectivement sur les segments [SQ], [SU], [ST], et [SR].

Les dimensions du parallélépipède sont connues : 8 cm pour le côté [AB] de la base carrée et 6 cm pour la hauteur [AE]. Le but du problème est de trouver les dimensions de la pyramide qui a un volume minimal, sachant que le fabricant ne veut pas que la hauteur de la pyramide soit supérieure à 25 cm.

### Partie A : Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie de l'espace

1°) Pour plus de facilité on va représenter le produit et son emballage dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Choisir les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H de sorte que la face ABCD soit dans le plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et que la droite (AB) soit parallèle à la droite  $(O; \vec{j})$ . Préciser les coordonnées qui ont été choisies.

Représenter la pyramide à l'aide du logiciel et décrire votre construction.

2°) Conjecturer, à l'aide du logiciel, le volume minimum de la pyramide. Pour quelle position du point S semble-t-il atteint ? Donner un tableau de valeurs.

### Partie B : Idée de preuve.

Proposer une piste qui peut permettre de valider la conjecture.

## Utiliser GEOSPACE

Indications

- **Pour afficher le repère**

Cliquer sur l'icône ci-contre



- **Pour créer un objet mathématique (géométrique ou numérique)**

Aller dans le menu *Créer*

### On peut créer des objets géométriques :

des **points fixes** (repérés, intersection de ..., images par ...)

des **points libres** (que l'on peut déplacer dans l'espace ou sur un objet).

des **lignes** (droites, segments, polygones, courbes ...).

des **solides** (polyèdre, sphère ...)

### On peut calculer des grandeurs géométriques :

la **longueur** d'un segment

l'**aire** d'un polygone

le **volume** d'un solide

etc

Suivre pour cela : *Créer > Numérique > Calcul géométrique*.

Cela suppose que les objets sur lesquels on fait les calculs ont déjà été créés.

### On peut afficher les résultats de calculs :

Suivre pour cela *Créer > Affichage*.

Cela suppose que ces calculs ont déjà été créés.

- **Pour « isoler un plan de l'espace » et voir les objets géométriques qu'il contient**

Sélectionner l'icône **plan isolé**

Pour quitter le plan isolé : désélectionner l'icône **plan isolé**

Pour revenir à la vue initiale : aller dans le menu *Vues* ou faire *Ctrl F1*

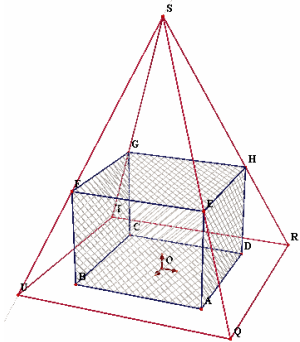
- **Pour créer un style**

Cliquer sur l'icône ci-contre



## Volume d'une pyramide

Fiche élève



Un fabricant veut commercialiser un produit dont la forme est un parallélépipède rectangle ABCDEFGH à base carrée, dans un emballage (transparent) qui a la forme d'une pyramide SQUTR régulière à base carrée (voir la représentation ci-contre).

Les carrés ABCD et QUTR ont le même centre O et leurs côtés respectifs sont deux à deux parallèles.

Les points E, F, G et H sont respectivement sur les segments [SQ], [SU], [ST], et [SR].

Les dimensions du parallélépipède sont connues : 8 cm pour le côté [AB] de la base carrée et 6 cm pour la hauteur [AE]. Le but du problème est de trouver les dimensions de la pyramide qui a un volume minimal, sachant que le fabricant ne veut pas que la hauteur de la pyramide soit supérieure à 25 cm.

### Partie A : Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie de l'espace

1°) Pour plus de facilité on va représenter le produit et son emballage dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Choisir les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H de sorte que la face ABCD soit dans le plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et que la droite (AB) soit parallèle à la droite  $(O; \vec{j})$ . Préciser les coordonnées qui ont été choisies.

Représenter la pyramide à l'aide du logiciel et décrire votre construction.

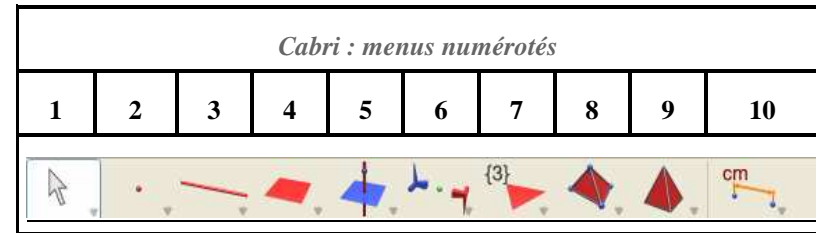
2°) Conjecturer, à l'aide du logiciel, le volume minimum de la pyramide. Pour quelle position du point S semble-t-il atteint ? Donner un tableau de valeurs.

### Partie B : Idée de preuve.

Proposer une piste qui peut permettre de valider la conjecture.

## Utiliser CABRI 3 D

Indications



- **Pour placer un point connaissant ses coordonnées**  
Suivre Fenêtre > coordonnées.
- **Pour nommer un point** Il suffit de se placer sur celui-ci et de taper son nom.
- **Pour fixer un point** Clic droit sur le point et verrouiller.
- **Pour construire un pavé connaissant deux sommets opposés par une diagonale**  
Suivre Icône 8 > Boîte XYZ, puis cliquer successivement sur les deux sommets.
- **Pour construire une droite connaissant deux points, ou un point et un vecteur directeur** : Suivre Icône 3 > Droite, puis cliquer sur les deux points, ou sur le point et le vecteur.
- **Pour placer un point libre sur une droite**  
Suivre Icône 2 > Point, puis cliquer sur la droite.
- **Pour construire un carré dans un plan, connaissant son centre et un sommet**  
Suivre Icône 7 > Carré, puis cliquer successivement sur le plan, le centre et le sommet.
- **Pour représenter une pyramide connaissant son sommet S et sa base** Suivre Icône 8 > Pyramide, puis cliquer successivement sur le sommet et sur la base.
- **Pour agrandir la feuille de travail** Suivre Icône 1, puis par un clic gauche sur un bord de la feuille, faire apparaître les poignées (carrés noirs).
- **Pour déplacer la construction** Touche majuscule et clic droit.
- **Pour afficher des valeurs utiles** Suivre Icône 10 > . . .
- **Pour changer l'aspect d'un objet construit** Clic droit sur l'objet . . .