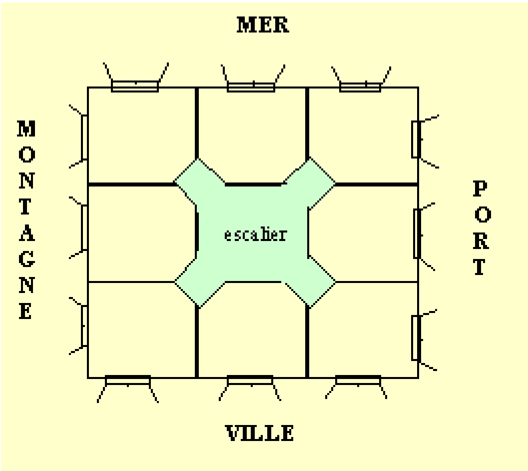
2003

Épreuve officielle

Exercice n° 1 : (8 points)

Histoire d'appartements



Vingt personnes habitent ces huit appartements.

Celles qui ont vue sur le port sont trois fois moins nombreuses que celles qui ont vue sur la ville et deux fois moins nombreuses que celles qui ont vue sur la montagne.

Les gens qui ont vue sur la mer sont quatre fois moins nombreux que ceux qui regardent la ville.

Tous les appartements sont occupés.

En expliquant la méthode, donner les dispositions possibles des personnes de cet ensemble d'appartements.

Exercice n° 2 : (5 points)

Fractions plus bicarrée

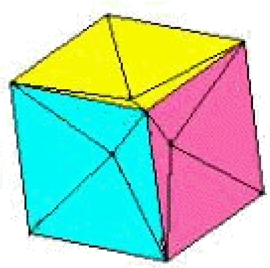
Parmi les fractions positives dont le carré est compris entre 11 et 12, trouver celle qui a le plus petit dénominateur positif.

Exercice n° 3 : (5 points)

Ni creux ni plein

Un jouet est fabriqué à partir d'un cube plein, d'arête a.

On enlève au cube six pyramides régulières identiques, chaque pyramide ayant pour base une face du cube. Le jouet obtenu est dessiné ci-contre.



1) Déterminer, en fonction de a, la hauteur de chacune de ces pyramides pour que le volume intérieur du jouet soit la moitié du volume du cube initial.
2) Dans ce cas, calculer le rapport de l'aire totale du jouet à l'aire du cube initial.

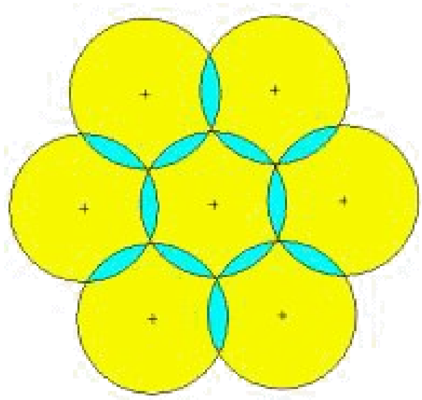
Exercice n° 4 : (5 points)

Nappe en corolles

Une nappe est constituée de sept disques de rayon 30 cm assemblés de façon régulière comme ci-contre.

1) Réaliser le dessin de cette nappe à l'échelle 1/10.

2) Quel est le rayon de la plus grande table ronde que l'on peut couvrir entièrement avec cette nappe ?



Exercice n° 5 : (12 points)

Le code de Hamming

Pour éviter les confusions dans les transmissions de codes chiffrés, les premiers nombres entiers naturels inférieurs à 70 sont codés selon les principes ci-dessous :

- Chaque code utilise quatre chiffres de 0 à 9 : V V V V.
- Le fait d'avoir le même chiffre à la même place dans deux codes différents, s'appelle une « coïncidence ».

Par exemple :

0 1 3 2

0 2 3 6 ont exactement 2 coïncidences ;

0 1 3 2

1 2 0 9 n'ont aucune coïncidence.

- Le code du nombre 0 est **C(0) = 0 0 0 0** .
- **Le code d'un nombre entier non nul est le plus petit nombre de quatre chiffres qui n'a pas plus d'une coïncidence avec chacun des codes des entiers précédents.**

Les codes qui utilisent cette propriété sont appelés codes de Hamming du nom d'un ingénieur informaticien américain. Ce procédé est utilisé pour le stockage de données dans un ordinateur.

1) Donner les codes C(1) à C(9) des entiers de 1 à 9.
2) Le code C(11) est 1 1 0 3. Donner C(10) et C(12).
3) Donner les codes C(13) à C(17).
4) Voici les codes C(18) à C(34) :

C(18) : 2023C(19) : 2132C(20) : 2201C(21) : 2310C(22) : 2467C(23) : 2576

C(24) : 2645C(25) : 2754C(26) : 3031C(27) : 3120C(28) : 3213C(29) : 3302

C(30) : 3475C(31) : 3564C(32) : 3657C(33) : 3746C(34) : 4048

Trouver les codes C(35) et C(36).

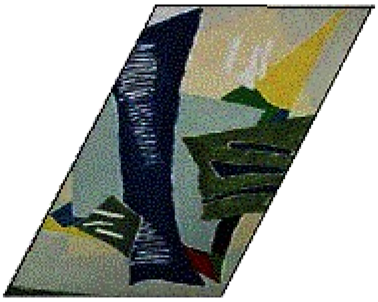
Exercice n° 6 : (5 points)

Enveloppez, c'est pesé

L'œuvre d'art représentée ci-contre a la forme d'un parallélogramme.
On veut l'expédier dans une enveloppe rectangulaire à l'intérieur de laquelle elle ne doit pas bouger et dont l'aire est la plus petite possible.

Quelles dimensions proposez-vous pour l'enveloppe ?

Données : *Les côtés du parallélogramme mesurent 12 cm et 8 cm et un de ses angles mesure 120°.*



Exercice n° 7 : (5 points)

Cocktail multicolore

Pour peindre une fresque de 12 m², on dispose de trois pots de peinture pleins : un pot de peinture bleue, un pot de peinture rouge et un pot de peinture jaune. Un pot permet de peindre 4 m².

La fresque doit être peinte en bleu, rouge, jaune, orange, vert et violet.

Le **vert** est obtenu avec $\frac{2}{3}$ de jaune et $\frac{1}{3}$ de bleu, l'**orange** avec $\frac{1}{4}$ de rouge et $\frac{3}{4}$ de jaune et le **violet** avec $\frac{1}{2}$ de rouge et $\frac{1}{2}$ de bleu.

La surface à peindre en bleu mesure 1,8 m² , celle à peindre en rouge 1,6 m² et celle à peindre en jaune 1,9 m².

Les surfaces à peindre avec les couleurs mélangées mesurent 3,8 m², 2 m^2 et 0,9 m².

Quelles sont les aires des surfaces peintes en vert, en orange et en violet ?

Exercice n° 8 : (8 points)

Effarant

A la pointe du RA… le phare A émet un flash toutes les 6 minutes ; on dit que sa période d'émission est de 6 minutes. L'émission du premier flash a lieu à minuit. Le phare B fonctionne avec une autre période d'émission qui est un nombre entier de minutes.

Les quatre situations proposées ci-dessous sont indépendantes.

Situation 1 : Le phare B a une période d'émission de 10 minutes et émet pour la première fois à 0 h 05 min.

Peut-il y avoir coïncidence entre les deux phares ?

Situation 2 : Le phare B émet toujours toutes les 10 minutes mais sa première émission a lieu au plus 9 minutes après celle du phare A.

Les deux phares coïncident à 5 h 48 min.

Déterminer l'horaire de la première émission du phare B.

Situation 3 : Le phare B a une période d'émission de 10 minutes et commence à émettre à 0 h 04 min.

Quelle est l'heure de la première coïncidence des deux phares ?

Quelle est l'heure de la dixième coïncidence des deux phares ?

Entre 0 h 00 min et 7 h 00 min, combien y a-t-il de coïncidences ?

Situation 4 : Le phare B débute son émission à 0 h 05 min avec une nouvelle période d'émission comprise entre 2 et 12 minutes. Sachant qu'il y a coïncidence à 1 h 36 min, quelle est la période d'émission du phare B ?